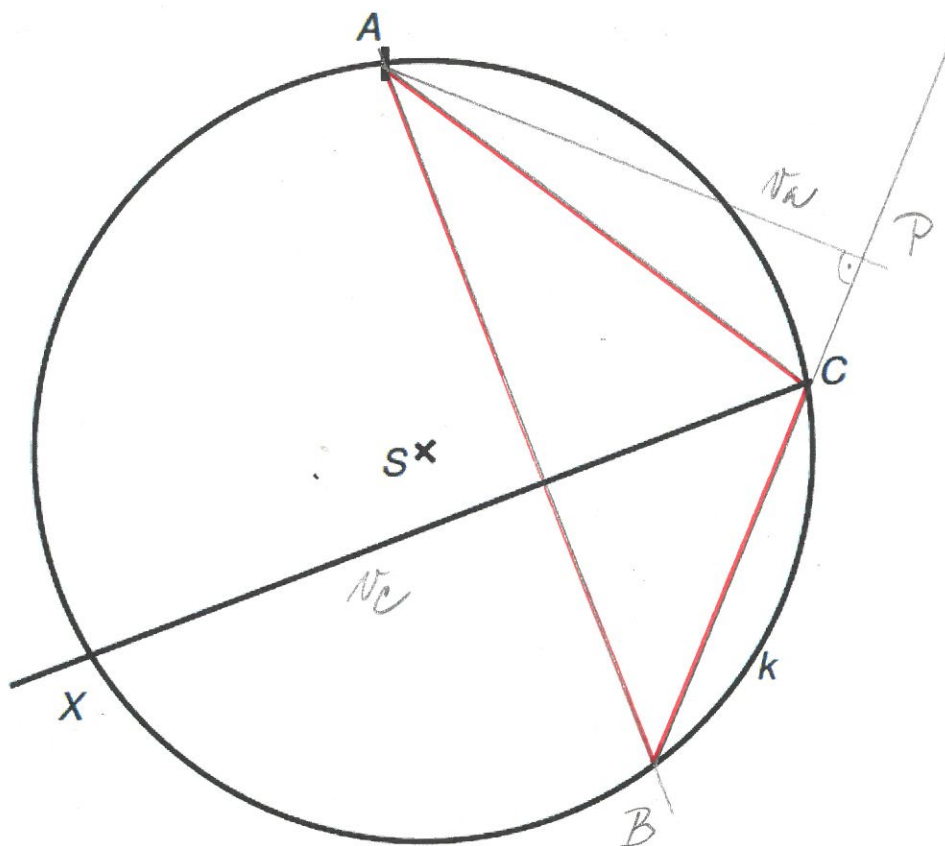


Přípravný kurz

3. Geometrie v rovině a prostoru

ÚLOHA 1

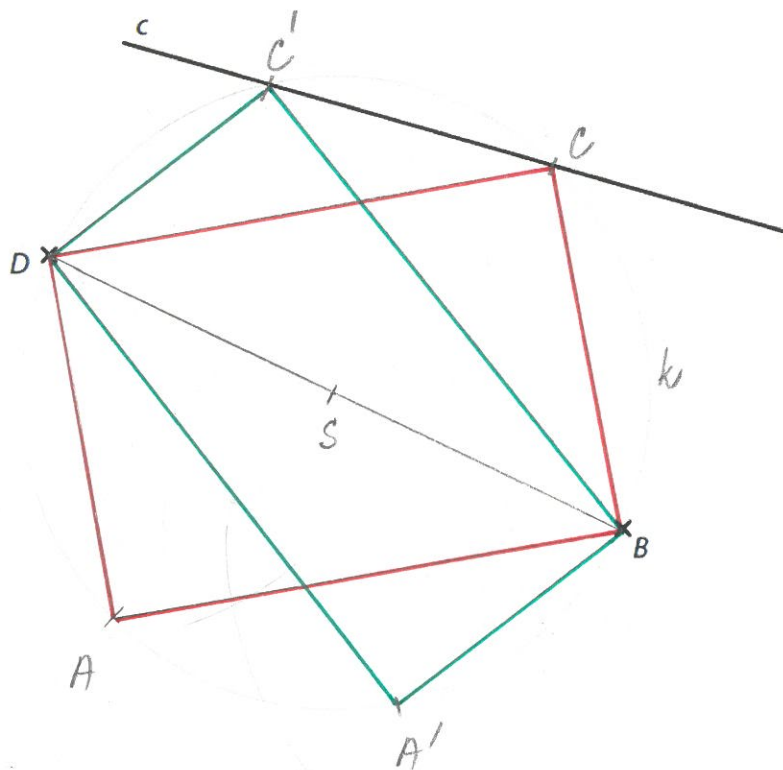


Na obrázku je zobrazena kružnice k opsaná trojúhelníku ABC . Na polopřímce CX leží výška v_c tohoto trojúhelníku.

- 1.1 Sestrojte vrchol B a narýsujte trojúhelník ABC .
- 1.2 V trojúhelníku sestrojte výšku v_a a vyznačte její patu P .

ÚLOHA 2

V rovině leží přímka c a mimo ni dva různé body B, D .



Body B, D jsou vrcholy obdélníku $ABCD$. Vrchol C obdélníku $ABCD$ leží na přímce c .

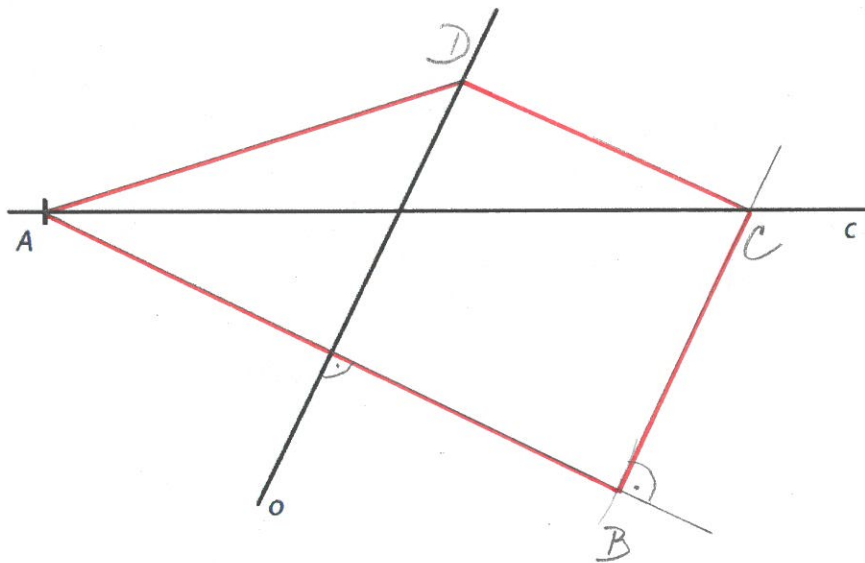
2. 1 Sestrojte a označte písmenem chybějící vrchol C obdélníku $ABCD$.

2. 2 Sestrojte a označte písmenem chybějící vrchol A obdélníku $ABCD$ a obdélník narýsujte.

Najděte všechna řešení.

ÚLOHA 3

V rovině leží různoběžné přímky o , c . Přímka c prochází bodem A .

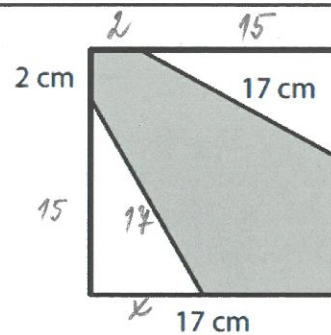


Bod A je vrchol pravouhlého lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB , CD a pravým úhlem při vrcholu B . Přímka o je osa strany AB . Vrchol C leží na přímce c , vrchol D leží na přímce o .

Sestrojte a označte písmeny chybějící vrcholy B , C , D lichoběžníku $ABCD$ a lichoběžník narýsujte.

ÚLOHA 4

Čtverec se stranou délky 17 cm je rozdělen na šedý šestiúhelník a dva shodné bílé trojúhelníky. Nejdelší strana bílého trojúhelníku má délku 17 cm. Nejkratší strana šedého šestiúhelníku měří 2 cm.



Jaký je obsah šedého šestiúhelníku?

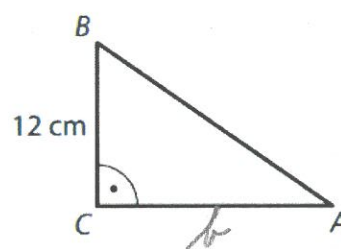
- A) 127 cm²
- B) 144 cm²
- C) 169 cm²
- D) 177 cm²
- E) jiný obsah

x ... Pythagorova věta: $17^2 = 15^2 + x^2$
 $289 = 225 + x^2$
 $x^2 = 64$
 $x = 8$

$$S = 17^2 - 2 \cdot \frac{8 \cdot 15}{2} = 289 - 120 = \underline{\underline{169 \text{ cm}^2}}$$

ÚLOHA 5

Obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC je 96 cm^2 .
Délka odvěsny BC je 12 cm .



Jaká je délka přepony?

A) menší než 15 cm

B) 15 cm

C) 18 cm

D) 20 cm

E) větší než 20 cm

$$S_{\Delta} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$96 = \frac{12 \cdot b}{2}$$

$$96 = 6b$$

$$b = 16 \text{ cm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12^2 + 16^2$$

$$c^2 = 144 + 256$$

$$c^2 = 400$$

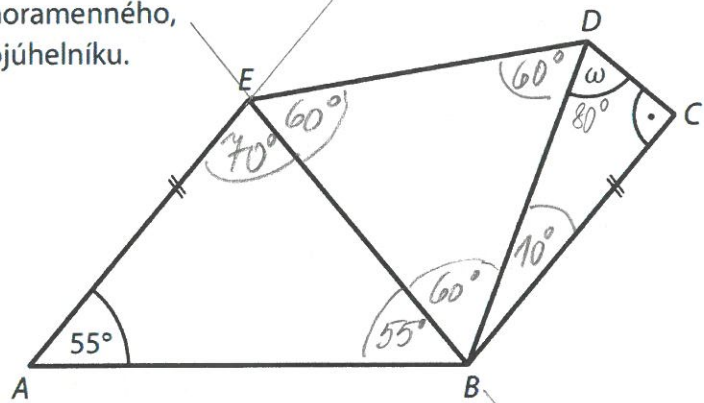
$$\underline{\underline{c = 20 \text{ cm}}}$$

ÚLOHA 6

Pětiúhelník $ABCDE$ se skládá z rovnoramenného, rovnostanného a pravoúhlého trojúhelníku.

Základnou rovnoramenného trojúhelníku je strana AB .

Strany BC a AE pětiúhelníku jsou rovnoběžné.



Jaká je velikost úhlu ω ? Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte.

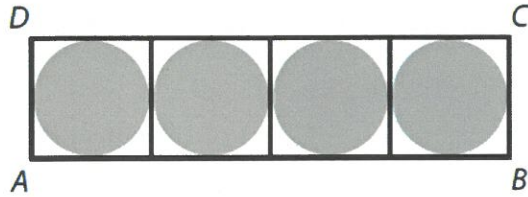
- A) 65°
- B) 70°
- C) 75°
- D) 80°
- E) jiná velikost

ÚLOHA 7

Obdélník $ABCD$ je možné rozdělit na čtyři shodné čtverce v jedné řadě.

V každém čtverci je tmavý kruh, který se dotýká všech stran tohoto čtverce.

Obvod jednoho tmavého kruhu je $o = \pi \cdot 9$ cm.



Jaký je obvod obdélníku $ABCD$?

- A) menší než 45 cm
- B) 45 cm
- C) 60 cm
- D) 72 cm
- E) 90 cm

$$o = \pi \cdot d$$

$$o = \pi \cdot 9 \Rightarrow d = 9 \text{ cm}$$

$$o = 2 \cdot (a + b)$$

$$o = 2 \cdot (4 \cdot 9 + 9)$$

$$o = 90 \text{ cm}$$

ÚLOHA 8

Turistická trasa je na mapě s měřítkem 1 : 50 000 zobrazena čarou dlouhou 30 cm.

8. 1 Vypočítejte v km skutečnou délku turistické trasy.

8. 2 Vypočítejte v cm délku čáry, která zobrazuje stejnou turistickou trasu na mapě s měřítkem

1 : 60 000.

$$\begin{aligned} 8.1 \text{ na mapě} & \dots 30 \text{ cm} \\ \text{měřítko} & \dots 1:50\,000 \\ \text{skutečnost} & \dots 30 \cdot 50\,000 = 1\,500\,000 \text{ cm} = \underline{\underline{15 \text{ km}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.2 \text{ skutečnost} & \dots 15 \text{ km} \\ \text{měřítko} & \dots 1:60\,000 \\ \text{na mapě} & \dots 1\,500\,000 : 60\,000 = \underline{\underline{25 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

ÚLOHA 9

Do prázdné nádoby tvaru válce s podstavou o obsahu 20 dm^2 , která stojí na vodorovné podložce, napršelo $0,6$ litru vody.

V jaké výšce ode dna byla po dešti vodní hladina?

Výsledek uveďte v milimetrech.

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = S_p \cdot v$$

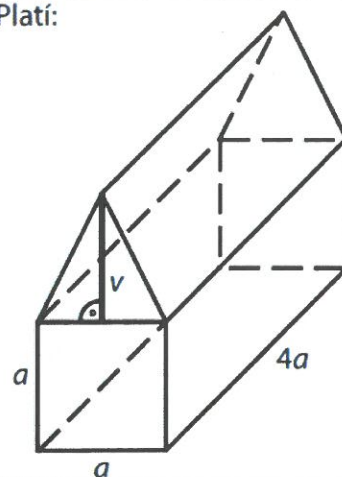
$$0,6 = 20 \cdot v \quad | : 20$$

$$v = 0,03 \text{ dm} = \underline{\underline{3 \text{ mm}}}$$

ÚLOHA 10

Dřevěný domeček se skládá ze dvou kolmých hranolů. Platí:

$$a = v = 2 \text{ cm}$$



Jaký je objem domečku?

- A) 42 cm^3
- B) 48 cm^3
- C) 56 cm^3
- D) 64 cm^3
- E) jiný objem

$$V = V_{\text{kvádr}} + V_{\text{hranolu}}$$

$$V = a \cdot b \cdot c + \frac{1}{2} \cdot a \cdot v \cdot c$$

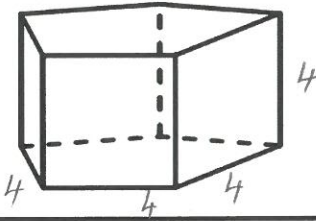
$$V = 2 \cdot 2 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 8$$

$$V = 32 + 16$$

$$V = 48 \text{ cm}^3$$

ÚLOHA 11

Podstavou kolmého pětibokého hranolu je pětiúhelník o obvodu 20 cm a obsahu 24 cm².
Všechny hrany hranolu mají stejnou délku.



Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé, či nikoliv:

11. 1 Součet délek všech hran hranolu je 60 cm.

ANO NE

11. 2 Obsah podstavy je o polovinu větší než obsah jedné boční stěny hranolu.

ANO NE

11. 3 Objem hranolu je 96 cm³.

ANO NE

11. 1 $5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = \underline{\underline{60 \text{ cm}}}$

11. 2 Obsah podstavy ... 24 cm^2
Obsah boční stěny ... $4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$
 $16 + \frac{1}{2} \cdot 16 = \underline{\underline{24 \text{ cm}^2}}$

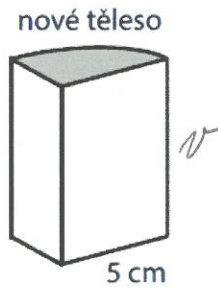
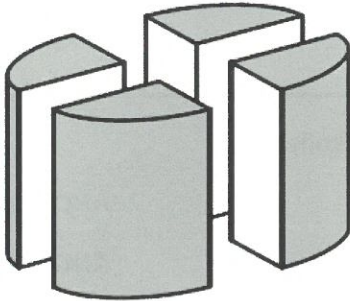
11. 3 $V = Sp \cdot v$
 $V = 24 \cdot 4$
 $V = \underline{\underline{96 \text{ cm}^3}}$

ÚLOHA 12

Rotační válec s podstavou o poloměru 5 cm stojící na vodorovné podložce jsme svislými řezy rozdělili na čtyři shodná nová tělesa.

Povrch válce byl šedý (včetně podstav), ale všechny nové plochy vytvořené rozříznutím jsou bílé.

Součet obsahů obou bílých ploch na jednom z nových těles je 80 cm^2 .



Jaký je objem jednoho z nových těles?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm^3 .

- A) menší než 125 cm^3
- B) 126 cm^3
- C) 141 cm^3
- D) 157 cm^3
- E) větší než 158 cm^3

$$80 = 2 \cdot 5 \cdot v$$

$$80 = 10v$$

$$v = 8 \text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{4} \pi r^2 \cdot v$$

$$V = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 8$$

$$V = 50\pi$$

$$V \doteq 157 \text{ cm}^3$$

ÚLOHA 13

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé, či nikoliv:

13.1 $135 \text{ cm} + 1250 \text{ mm} = 260 \text{ cm}$

ANO NE

13.2 $15 \text{ dm}^2 - 500 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$

ANO NE

13.3 $200 \text{ hl} - 0,5 \text{ m}^3 = 500 \text{ l}$

ANO NE

13.4 $2 \text{ h } 45 \text{ min} + 55 \text{ min} = 13\,200 \text{ s}$

ANO NE

13.5 $25 \text{ ha} - 250 \text{ m}^2 = 249\,750 \text{ m}^2$

ANO NE

$1250 \text{ mm} = 125 \text{ cm}$

$15 \text{ dm}^2 = 1500 \text{ cm}^2$

$200 \text{ hl} = 20\,000 \text{ l}$

$0,5 \text{ m}^3 = 500 \text{ l}$

$2 \text{ h } 45 \text{ min} = 165 \text{ min}$

$13\,200 \text{ s} = 220 \text{ min}$

$25 \text{ ha} = 250\,000 \text{ m}^2$